UNIVERSIDAD CENTROCCIDENTAL
"LISANDRO ALVARADO"
DECANATO DE INGENIERÍA CIVIL
DEPARTAMENTO DE INGª VIAL
BARQUISIMETO-VENEZUELA

Ingeniería Vial I (21055)
Ingº José Raúl de la Cruz F.
Sección 2017-1/51
Ingº Raúl E. de la Cruz V.
Sección 2017-1/52

GEOMETRIZACIÓN DE LA VÍA

Se denomina así el proceso de correlación entre a) los elementos físicos de diseño: sección transversal, rasante, radio, bombeo, peralte, sobreancho b) las características operacionales de la vía: velocidad, aceleración, deceleración, distancias de visibilidad, y c) el ámbito geográfico donde la vía discurrirá. Se excluyen de este concepto el diseño de los elementos estructurales como puentes, viaductos, túneles y obras especiales de drenaje.

Las intersecciones viales, usualmente conflictivas por la accidentalidad a ellas asociada, y los enlaces, propios de las vías expresas con control total de acceso, son un tema particular del diseño geométrico que escapa a los alcances de este curso. Su análisis, enmarcado de ordinario en los programas de especialización o de postgrado de ingeniería civil, constituyen un tópico vinculado particularmente con la ingeniería de tránsito por lo complejidad de las variables que convergen en su estudio.

Así tenemos que el trazado de la carretera demanda, como cualquier otra obra civil que requiera la modificación del terreno natural, una definición exacta de los alineamientos. Podemos así afirmar que el diseño geométrico es el primer aspecto a considerar en el estudio del trazado, aún con independencia de otros aspectos como el drenaje y, claro está, admitiendo que a veces pueden ser necesarios rediseños del trazado original.

La inserción de la carretera en el espacio tridimensional comporta una restricción práctica: no es posible reducir su carácter geométrico a una expresión o modelo matemático igualmente tridimensional. Se pueden lograr aproximaciones regladas en los tramos rectos pero estas resultan inaplicables a los curvos donde la superficie de rodamiento es alabeada, una superficie de torsión sin solución matemática exacta.

El carácter predominantemente 'lineal' de la vía ha determinado que de ordinario se realice una simplificación de su estudio analizando 1) la proyección sobre el plano horizontal de la traza que describe un punto singular de la sección transversal, usualmente el eje, prescindiendo de su cota, y dando como resultando el ***Trazado en Planta*** y 2) la traza de ese punto singular sobre el plano vertical, definido ya el trazado en planta, tomando en cuenta, ahora sí, su posición altimétrica, para dar lugar al ***Trazado en Alzado*** o ***Perfil Longitudinal***.

Esta simplificación —válida mientras los criterios geométricos se apliquen con sentido común y racional discernimiento— resulta habitualmente de gran utilidad práctica y salvo en situaciones con marcado carácter bidimensional o tridimensional, como las intersecciones y los enlaces, respectivamente, se recurre al empleo de otros métodos de análisis como las maquetas o las perspectivas dinámicas provenientes de las aplicaciones de programas informáticos especializados.

No obstante, es imprescindible recordar que el análisis independiente de los alineamientos horizontal y vertical puede dar lugar a la aparición de situaciones indeseadas derivadas fundamentalmente de la falta de Coordinación entre el trazado en planta y el trazado en alzado. La localización, valoración y corrección de esas deficiencias darán por resultado final una vía segura de cómodo tránsito para el conductor "promedio".

Para iniciar nuestro estudio diremos que en primera aproximación son los arcos circulares los empleados como curvas de enlace entre las tangentes. Durante décadas, en los albores de las extensas redes ferroviarias que plenaron a Europa durante el último tercio del siglo ***XIX***, la curva empleada para enlazar las largas tangentes fue el arco circular. Esa concepción elemental del trazado de las primeras vías ferroviarias, que ciertamente no satisfacía totalmente los requerimientos cinemáticos de los trenes, fue transferida sin modificaciones importantes al trazado de las primeras carreteras. Dos hechos simples: la recta como menor distancia entre dos puntos y la baja velocidad de los incipientes vehículos, permitieron que esa práctica se perpetuara en el diseño de las carreteras hasta los años treinta del pasado siglo.

Desde entonces se emplean arcos de círculo para el enlace de las tangentes aunque su inserción aislada se ha sustituido a nivel mundial por la inclusión de un arco de transición precediéndolo y siguiéndolo. La ***Figura 30*** de la página siguiente engloba algunos elementos geométricos de la curva circular simple.

Las expresiones matemáticas que permiten determinar el valor de los elementos geométricos tienen su origen trigonométrico en el conocimiento previo del ángulo de deflexión ***(Δ^o)*** y del radio de curvatura ***(R_C)***. En ese orden de ideas, con la premisa de que el radio es un segmento de recta normal a la tangente en los puntos singulares ***TC_{21}*** y ***CT_{21}***, se tiene:

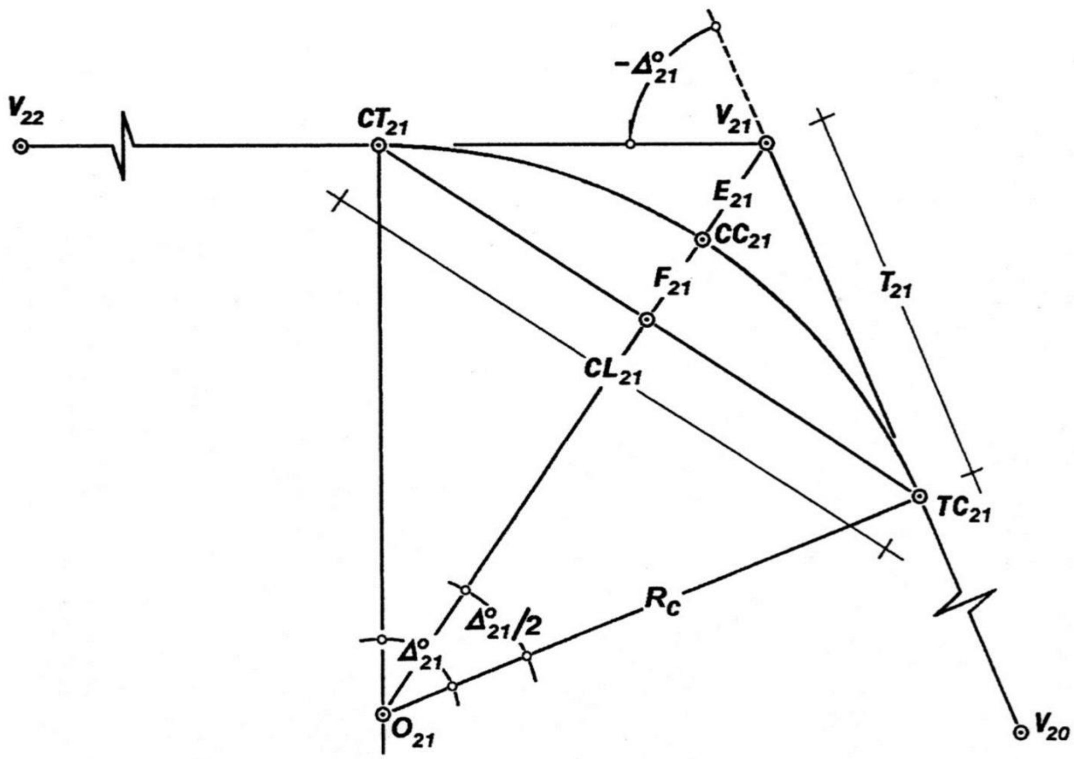


Figura 30 Principales elementos geométricos de la Curva Circular Simple

Donde:

R_C : Radio de Curvatura

Δ°_{21} : Deflexión

T_{21} : Sub-tangente

O_{21} : Centro de Giro

E_{21} : Externa

F_{21} : Flecha

CL_{21} : Cuerda Larga

$$\Delta^{\circ}{}^{V21}_{V20} = Ac^{V21}_{V20} - Ac^{V22}_{V21}$$

$$T_{21} = R_C\, tg(\Delta/2)$$

$$E_{21} = R_C \left(\frac{1}{cos(\Delta/2)} - 1\right)$$

$$F_{21} = Rc\,(1 - \cos(\Delta/2))$$

$$CL_{21} = 2\,Rc\,\left(sen(\Delta/2)\right)$$

REPLANTEO DE CURVAS CIRCULARES SIMPLES

Los principales elementos geométricos de la curva circular simple se incluyeron en la figura de la página 78; además de ellos existen otros elementos denominados genéricamente ***de replanteo***, determinables también por procedimientos trigonométricos y utilizados a) en el campo para la materialización de los puntos del alineamiento curvo y b) en gabinete para las representaciones cuando no se dispone de otros procedimientos gráficos.

Observemos en la siguiente figura los elementos de replanteo de un punto genérico ***PSC*** (Punto Sobre la Curva) y sus respectivas relaciones trigonométricas:

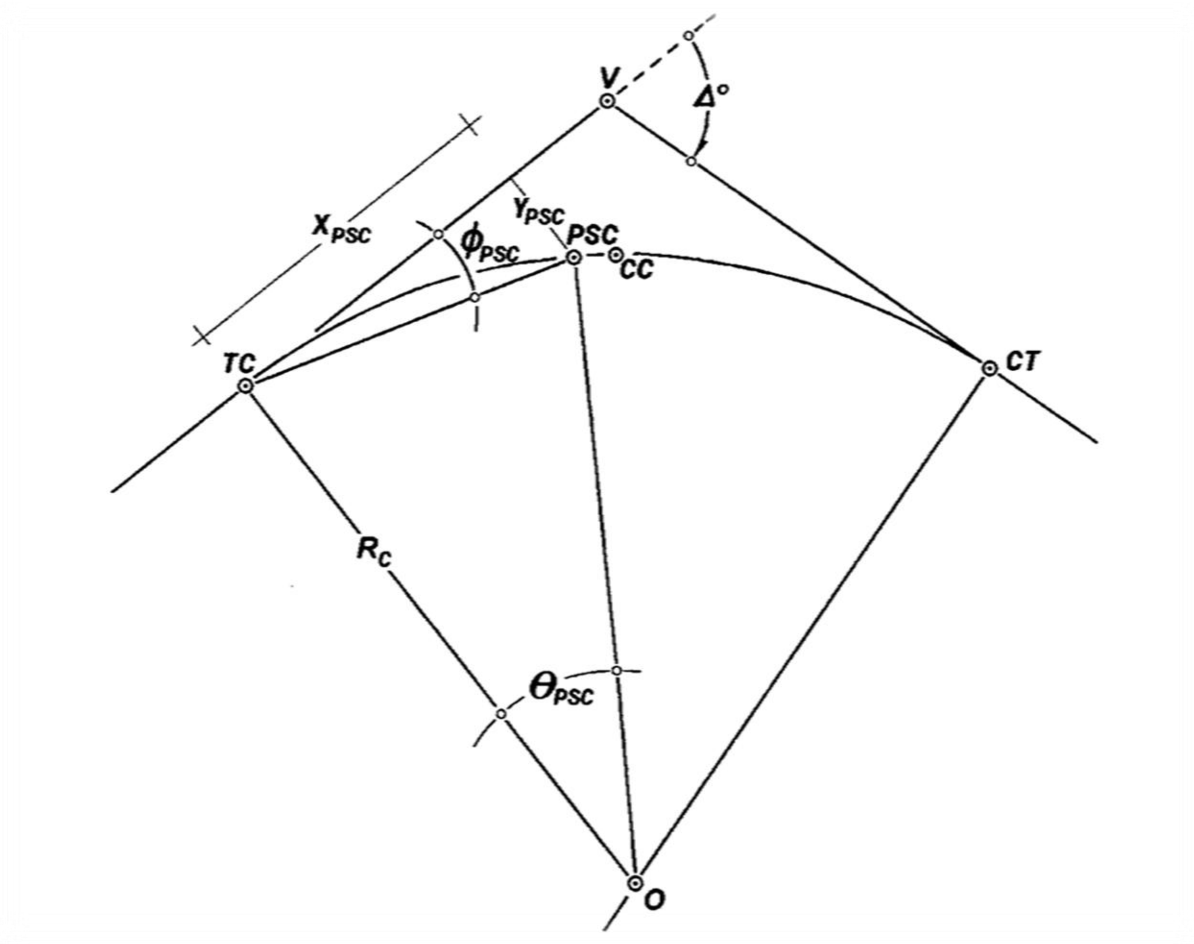


Figura 31 Elementos geométricos de replanteo (polares y cartesianos) para el Arco Circular Simple. Sin escala.

L_{PSC} : Arco de círculo entre TC y un PSC

C_{PSC} : Cuerda de un PSC

θ : Ángulo al centro subtendido por L_C

ϕ : Ángulo de la cuerda de un PSC

X_{PSC} : Abscisa de un PSC

Y_{PSC} : Ordenada de un PSC

Elementos geométricos básicos; R_C y θ

$$\theta = \frac{Lc}{Rc} \text{ (radianes)}$$

$$\theta^\circ = \frac{180^\circ\, Lc}{\pi\, Rc} \text{ (Grados sexadecimales)}$$

Coordenadas polares (***ϕ***, C_{PSC}):

$$\phi = \frac{\theta}{2} = \frac{L}{2\,Rc} \text{ (radianes)}$$

$$\phi = \frac{90^\circ\, Lc}{\pi\, Rc} \text{ (grados sexadecimales)}$$

$$C_{PSC} = 2\, R_C\, sen\,(\theta/2)$$

Coordenadas Cartesianas:

$$X_{PSC} = R_C\, sen\, \theta$$

$$Y_{PSC} = R_C\,(1 - cos\, \theta)$$

Por extensión se infieren las fórmulas que permiten obtener los elementos de replanteo para los puntos singulares de la curva ***CC*** y ***CT***. Así tenemos:

$$\theta_{CC} = \frac{\Delta}{2}$$

$$\phi_{CC} = \frac{\frac{\Delta}{2}}{2} = \frac{\Delta}{4}$$

$$C_{CC} = 2\, R_C\, sen\, \left(\frac{\Delta}{4}\right)$$

$$X_{CC} = R_C\, sen\, \left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

$$Y_{CC} = R_C\left(1 - cos\, \frac{\Delta}{2}\right)$$

$$\theta_{CT} = \Delta$$

$$\phi_{CT} = \frac{\Delta}{2}$$

$$C_{CT} = C_L = 2\ R_C\ sen\ \frac{\Delta}{2}$$

$$X_{CT} = R_C\ sen\ \Delta$$

$$Y_{CT} = R_c\ (1 - cos\ \Delta)$$

La localización del PSC con respecto a su distancia horizontal al punto origen del itinerario viene determinada por su progresiva, El ejercicio siguiente ilustra un caso típico:

Ejemplo geométrico 2

La distancia recta que separa los puntos ***CT₂*** y ***TC₃*** de dos curvas consecutivas es 150,79 m. Determine las coordenadas polares y cartesianas de dos $\boldsymbol{PSC}$ de progresiva 1+755,15 y 2+155,56 respectivamente, de acuerdo a los siguientes datos:

$$R_{C2} = 350\ m$$

$$R_{C3} = 420\ m$$

$$Ac_{V1}^{V2} = 35°56'08"$$

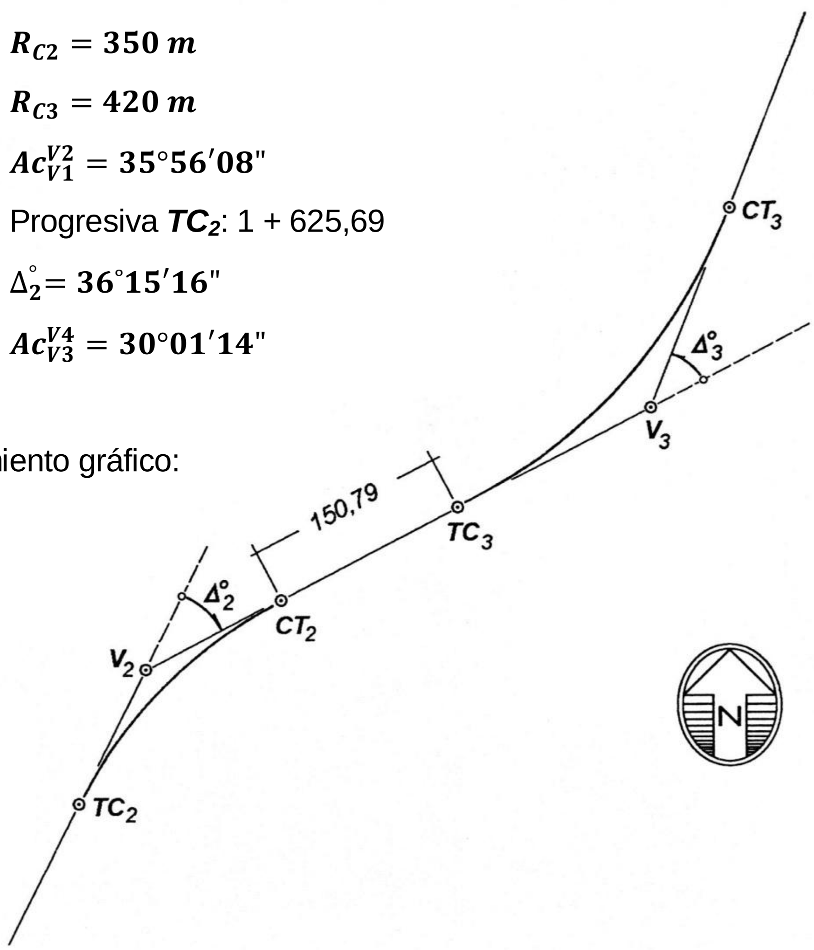
Progresiva $\boldsymbol{TC_2}$: 1 + 625,69

$$\Delta_2^{\circ} = 36°15'16"$$

$$Ac_{V3}^{V4} = 30°01'14"$$

Solución:

01) Planteamiento gráfico:



02) Cálculo de la sub-tangente (T_2)

$$\boldsymbol{T_2 = R_C\ tg}\left(\frac{\boldsymbol{\Delta_2}}{\boldsymbol{2}}\right) = 350\ tg\left(\frac{36°15'16"}{2}\right) = 114{,}58\ \text{m}$$

03) Cálculo de la longitud total de la curva asociada al $\boldsymbol{V_2}$ ($\boldsymbol{L_{C2}}$):

$$\boldsymbol{L_{C2}} = \boldsymbol{R_{C2}}\ \mathring{\Delta}_2 \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{180°}} = 221{,}47\ \text{m}$$

04) Cálculo del arco $\boldsymbol{L_2}$:

$\boldsymbol{L_2}$ = Progresiva $\boldsymbol{PSC_2}$ – Progresiva $\boldsymbol{TC_2}$

$\boldsymbol{L_2}$ = (1+755,15) – (1+625,69) = 129,46 m

05) Cálculo de las Coordenadas Polares del $\boldsymbol{PSC_2}$:

$$\boldsymbol{\theta_2} = \frac{\boldsymbol{L_2}}{\boldsymbol{R_{C2}}} = \frac{\boldsymbol{129{,}46}}{\boldsymbol{350}} = 0{,}369885714\ldots\ \text{rad}$$

$$\boldsymbol{\phi_2} = \frac{\boldsymbol{\theta_2}}{\boldsymbol{2}} = 0{,}184942857\ldots\text{rad}$$

$$\boldsymbol{C_{PSC_2}} = \boldsymbol{2\ R_{C2}\ sen}\left(\frac{\boldsymbol{\theta_2}}{\boldsymbol{2}}\right) = 128{,}72\ \text{m}$$

06) Cálculo de las Coordenadas Cartesianas del $\boldsymbol{PSC_2}$:

$$\boldsymbol{X_{PSC}} = \boldsymbol{R_C\ sen\ \theta} = 126{,}53\ \text{m}$$

$$\boldsymbol{Y_{PSC}} = \boldsymbol{R_C\ (1 - cos\ \theta)} = 23{,}67\ \text{m}$$

07) Cálculo de la deflexión en $\boldsymbol{V_3}$ (Δ_3):

$$\boldsymbol{Ac_{V2}^{V3}} = \boldsymbol{Ac_{V1}^{V2}} + \Delta_2$$

$$\boldsymbol{Ac_{V2}^{V3}} = \boldsymbol{35°56'08 + 36°15'16"} = \boldsymbol{72°11'24"}$$

$$\mathring{\Delta}_3 = \boldsymbol{Ac_{V3}^{V4}} - \boldsymbol{Ac_{V2}^{V3}} = \boldsymbol{30°01'14" - 72°11'24" - \ 42°10'10"}$$

08) Cálculo de Progresivas:

Progresiva del $\boldsymbol{CT_2}$ = Progresiva del $\boldsymbol{TC_2}$ + $\boldsymbol{L_{C2}}$

Progresiva del $\boldsymbol{CT_2}$ = (1 + 625,69) + (221,47) = (1 + 847,16)

Progresiva del $\boldsymbol{TC_3}$ = Progresiva del $\boldsymbol{CT_2}$ + 150,79

Progresiva del $\boldsymbol{TC_3}$ = (1 + 847,16) + 150,79 = (1 + 997,95)

09) Cálculo del arco $\boldsymbol{L_3}$:

$\boldsymbol{L_3}$ = Progresiva del $\boldsymbol{PSC_3}$ – Progresiva del $\boldsymbol{TC_3}$

$\boldsymbol{L_3}$ = (2 + 155,56) – (1 + 997,95) = 157,61 m

10) Cálculo de las Coordenadas polares del ***PSC$_3$***:

$$\theta_3 = \frac{L_3}{R_{C3}} = \frac{157,61}{420} = 0,375261904 \ldots \text{ radianes}$$

$$\phi_3 = \frac{\theta_3}{2} = 0,187630952 \ldots \text{ radianes}$$

$$C_{PSC_3} = 2\ R_{C3}\ sen\left(\frac{\theta_3}{2}\right) = 156,69 \text{ m}$$

11) Cálculo de las Coordenadas Cartesianas del ***PSC$_3$***:

$$X_{PSC3} = R_{C3}\ \ sen\,\theta_3 = \ 153,94 \text{ m}$$

$$Y_{PSC3} = \ R_{C3}\ (1 - \ cos\,\theta_3) = \ 29,23 \text{ m}$$

La normativa vial venezolana restringe el uso de curvas consecutivas con recta intermedia corta[2]; la española limita el tramo recto en bombeo entre dos curvas consecutivas, de igual o distinto sentido, a una distancia equivalente a la recorrida por un vehículo que se desplaza a la velocidad de diseño del tramo durante 3 segundos. En cualquier caso, un análisis detallado de la situación es imprescindible para el diseño de un trazado cómodo y seguro.

Una curva revertida es la formada por dos arcos de círculo enlazados en un punto común ***CTC*** (Círculo-Tangente-Círculo). Evidentemente la longitud recta está reducida a un punto donde también confluyen el ***CT*** de la primera curva y el ***TC*** de la segunda. Veamos el siguiente caso:

Ejemplo geométrico 3 (Curvas Circulares Simples revertidas)

La distancia entre los vértices 151 y 152 de una poligonal es 285,14 m cuando aquella que separa los centros de giro ***0_{151}*** y ***0_{152}*** de un sistema de curvas revertidas es 645,00 m. Se pide:

a) Coordenadas cartesianas del punto ***CTC*** con respecto a la tangente ***V_{150} –V_{151}***

b) Progresiva de los puntos centrales ***CC*** de cada curva

c) Progresiva del punto final el alineamiento curvo.

---

[2] *Norma 3-2.38: "Debe evitarse, en lo posible, disponer curvas consecutivas que estén enlazadas por una recta intermedia corta. En tales casos, el alineamiento debe resolverse con una sola curva o con curvas compuestas cuando son de igual sentido y con curvas revertidas, si son de sentido contrario.*

De ser imposible evitar una recta intermedia corta, se procurará que la longitud de su trayecto con bombeo normal sea, por lo menos de 40 m de longitud (sic)". NORVIAL, 1985.

Datos:

$\Delta^{\circ}_{151} = +\mathbf{50°00'00''}$

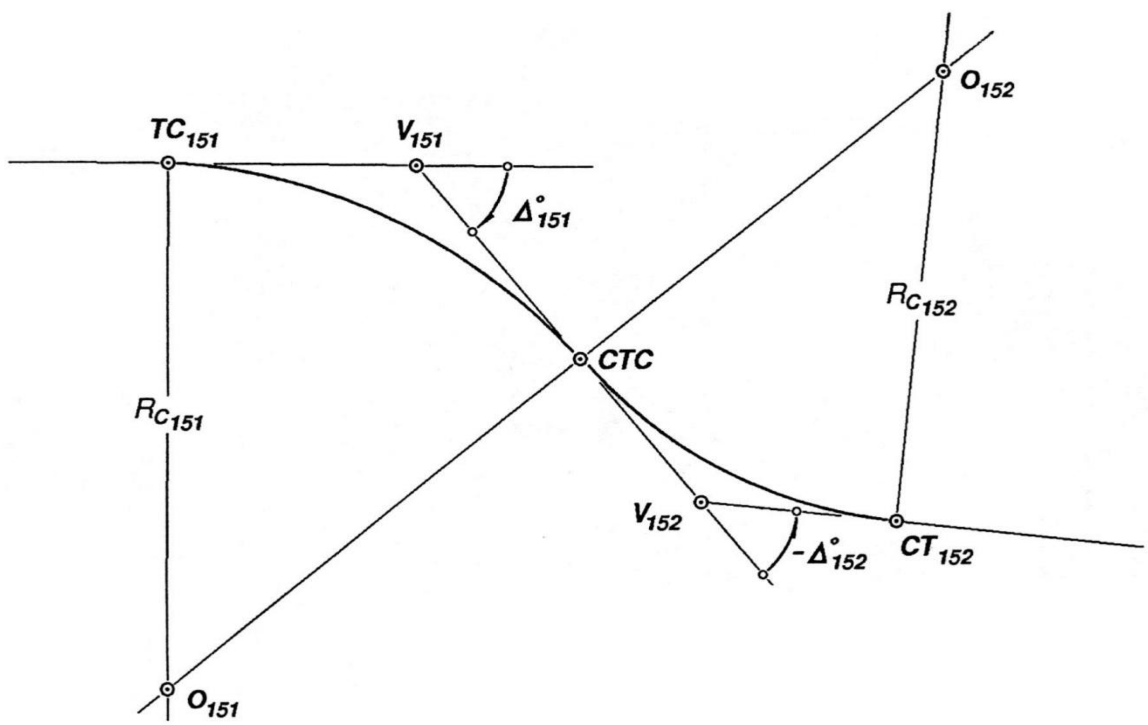
$\boldsymbol{R_{C151} = 1,15\, R_{C152}}$

Progresiva del Punto Singular $\boldsymbol{TC_{151}}$: (7 + 201,03)

Solución:

01) Planteamiento gráfico:

En vista de que no hay datos de dirección (Acimutes o Rumbos) que permitan ubicar el sistema en forma absoluta, bastará con hacer una representación con ubicación relativa que a los fines de las respuestas que se piden resulta satisfactoria. Comencemos dibujando la tangente $\boldsymbol{V_{150}}$–$\boldsymbol{V_{151}}$ y en su extremo transportemos el valor de la deflexión tomando en consideración su signo positivo. Representemos luego la tangente $\boldsymbol{V_{151}}$–$\boldsymbol{V_{152}}$ y en su extremo distal tracemos la segunda deflexión, esta vez de signo negativo por tratarse de una curva revertida. Los restantes elementos geométricos se insertan a continuación. El resultado se muestra en el gráfico siguiente:



02) Cálculo de los Radios:

$$\boldsymbol{R_{C152} = \frac{R_{C151}}{1,15}}$$

luego:

$$\boldsymbol{R_{C152} + \frac{R_{C151}}{1,15} = 645}$$

$$\frac{1{,}15\ R_{C151} + R_{C151}}{1{,}15} = \mathbf{645}\text{ m}$$

$$\mathbf{2{,}15}\boldsymbol{R_{C151}} = \mathbf{741{,}45}\text{ m}$$

$$\boldsymbol{R_{C151}} = \mathbf{345}\text{ m}$$

$$\boldsymbol{R_{C152}} = \mathbf{645} - \boldsymbol{R_{C151}} = \mathbf{645 - 345 = 300}\text{ m}$$

03) Cálculo de las Sub-Tangentes (***T***):

$$\boldsymbol{T_{151}} + \boldsymbol{T_{152}} = \mathbf{285{,}14}$$

$$\boldsymbol{T_{151}} = \boldsymbol{R_{C151}}\ \boldsymbol{tg}\ \left(\frac{\Delta_{151}}{2}\right) = \mathbf{160{,}88}$$

$$\boldsymbol{T_{152}} = \mathbf{285{,}14 - 160{,}88 = 124{,}25}\text{ m}$$

04) Cálculo de la deflexión en $\boldsymbol{V_{152}}$:

$$\Delta^{\circ}_{152} = \mathbf{2}\ \boldsymbol{tg}^{-1}\left(\frac{124{,}26}{300}\right) = \mathbf{-\ 45°00'00''}$$

Se coloca el signo sólo para indicar el sentido de la deflexión. El signo negativo no se utiliza en los cálculos donde interviene $\boldsymbol{\Delta_{152}}$.

05) Cálculo de las Cartesianas del ***CTC*** respecto de la tangente $\boldsymbol{V_{150}}$-$\boldsymbol{V_{151}}$:

$$\boldsymbol{X_{CTC}} = \boldsymbol{R_{C151}}\ \ \boldsymbol{sen}\ \Delta_{151} = \mathbf{345}\ \boldsymbol{sen}\ \mathbf{50°} = \mathbf{264{,}29}\text{ m}$$

$$\boldsymbol{Y_{CTC}} = \boldsymbol{R_{C151}}\ (\mathbf{1} - \boldsymbol{cos}\ \Delta_{151}) = \mathbf{345}\ (\mathbf{1} - \boldsymbol{cos}\ \mathbf{50°}) = \mathbf{123{,}24}\text{ m}$$

06) Cálculo de la progresiva del $\boldsymbol{CC_{151}}$:

$$\boldsymbol{L_{C151}} = \frac{\Delta_{151}\ R_{C151}\ \pi}{180°} = \mathbf{301{,}07}\text{ m}$$

Progresiva del $\boldsymbol{CC_{151}}$ = Progresiva del TC + $\frac{L_{C151}}{2}$

Progresiva del $\boldsymbol{CC_{151}}$ = (7 + 201,03) + 150,54 = (7 + 351,57)

07) Cálculo de la Progresiva del $\boldsymbol{CC_{152}}$:

$$\boldsymbol{L_{C152}} = \frac{\Delta_{152}\ R_{C152}\ \pi}{180°} = \mathbf{235{,}62}\text{ m}$$

Progresiva del $\boldsymbol{CC_{152}}$ = Progresiva del TC + $\boldsymbol{L_{C152}}$ + $\frac{L_{C152}}{2}$

Progresiva del $\boldsymbol{CC_{152}}$ = (7 + 201,03) + 301,07 + 117,81

Progresiva del $\boldsymbol{CC_{152}}$ = (7 + 619,91)

08) Cálculo de la Progresiva del Punto final del alineamiento curvo:

Progresiva del $\boldsymbol{CT_{152}}$ = Progresiva del $\boldsymbol{TC_{151}}$ + $\boldsymbol{Lc_{151}}$ + $\boldsymbol{Lc_{152}}$

Progresiva del $\boldsymbol{CT_{152}}$ = (7 + 201,03) + 301,07 + 235,62

Progresiva del $\boldsymbol{CT_{152}}$ = (7 + 737,72)

Hasta hace relativamente poco tiempo se emplearon para el cálculo de los elementos de replanteo, ya fuesen polares o cartesianos, valores tabulados obtenidos de un círculo de radio unitario. Aprovechando la homotecia del círculo se relacionaban estos valores con los elementos geométricos básicos $\boldsymbol{\Delta}$ y $\boldsymbol{R_C}$ obteniéndose los elementos particulares de una curva dada. En la actualidad la difusión de los computadores —a un nivel de uso cotidiano— ha relegado a estas tablas a un desuso casi total.

El siguiente cuadro muestra las coordenadas cartesianas[3] –referidas a la tangente $\boldsymbol{V_{151}}$-$\boldsymbol{V_{152}}$– a ser utilizadas en el replanteo de la curva circular simple de 300 m de radio del ejemplo geométrico 3. El incremento de arco de circunferencia utilizado fue de 15 metros a partir de la progresiva redonda siguiente al punto singular ***CTC*** (Pto. 1). El Pto.18 corresponde al punto singular $\boldsymbol{CT_{152}}$.

Pto.	Progresiva	$\boldsymbol{\theta}$ (radianes)	$\boldsymbol{X_{PSC}}$	$\boldsymbol{Y_{PSC}}$
1	7 + 502,10	0,000000	0,00	0,00
2	7 + 515,00	0,043000	12,90	0,28
3	7 + 530,00	0,093000	27,86	1,30
4	7 + 545,00	0,143000	42,75	3,06
5	7 + 560,00	0,193000	57,54	5,57
6	7 + 575,00	0,243000	72,18	8,81
7	7 + 590,00	0,293000	86,65	12,79
8	7 + 605,00	0,343000	100,89	17,48
9	7 + 619,91	0,392700	114,81	22,84
10	7 + 620,00	0,393000	114,89	22,87
11	7 + 635,00	0,443000	128,60	28,96
12	7 + 650,00	0,493000	141,98	35,72
13	7 + 665,00	0,543000	155,01	43,15
14	7 + 680,00	0,593000	167,66	51,22
15	7 + 695,00	0,643000	179,88	59,91
16	7 + 710,00	0,693000	191,65	69,20
17	7 + 725,00	0,743000	202,95	79,07
18	7 + 737,72	0,785400	212,13	87,87

[3] *Los valores del cuadro se obtuvieron con un sencillo programa escrito en VISUAL BASIC con variables numéricas de simple precisión. Pequeñas diferencias de estos valores con aquellos obtenidos en máquinas de cálculo, tienen allí su origen.*

ANEXO: CURVAS CIRCULARES SIMPLES

Ejemplo de Ejercicio Geométrico correspondiente a la Primera Pregunta del 2do. Examen Parcial del Semestre 1999-2 del mes de marzo de 2000.

Determine las coordenadas rectangulares (***Norte, Este***) del Centro de Giro $\boldsymbol{O_{52}}$ sabiendo que un PSC subtiende una cuerda de 200 m. La geometría de la curva se asocia a los datos siguientes:

$$\boldsymbol{R_{V51}^{V52} = N\ 39°02'57"\ W} \qquad \boldsymbol{R_{V53}^{V52} = S\ 85°25'19"\ E}$$

$$\textbf{\textit{Coor. PSC}} \begin{cases} \boldsymbol{N: 44.444, 44\ m} \\ \boldsymbol{E: 55.555, 55\ m} \end{cases} \qquad \boldsymbol{Rc_{52} = 325}\ \text{m}$$

Uno de los procedimientos empleados como solución es el siguiente:

a) Haga una representación gráfica de los alineamientos basándose en las direcciones dadas como datos.

b) Determine el valor y signo del ángulo de deflexión transformando los Rumbos en su expresión acimutal, así:

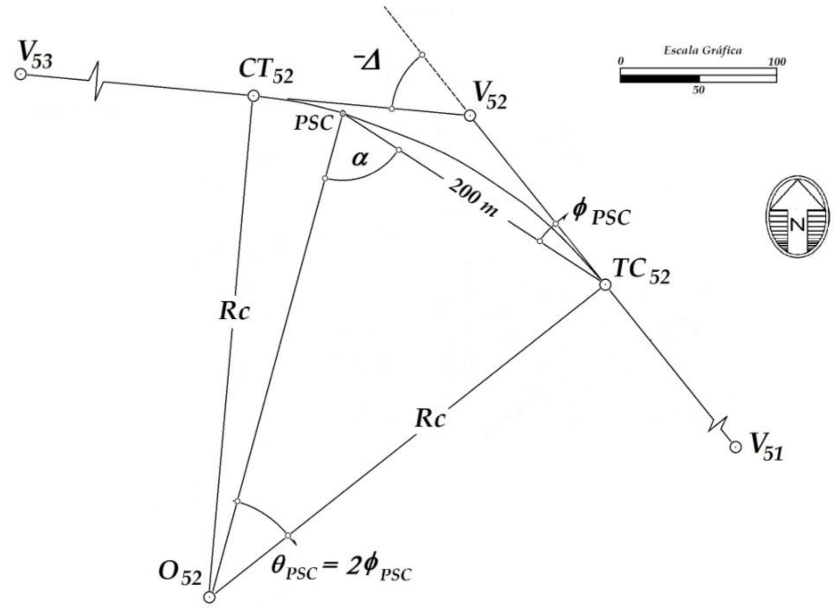
$$\Delta_{52}^{\circ} = \boldsymbol{Ac_{V52}^{V53} - Ac_{V51}^{V52} = -46°22'22"}$$

c) Puede tomar la opción de escalar el gráfico adecuadamente para lo cual es necesario valorar la Sub-tangente:

$$\boldsymbol{T_{52} = Rc_{52}\ tg\ (23°11'11") = 139, 20}\ \text{m}$$

Note que el signo de la deflexión no se emplea en el cálculo.

d) Elija una escala conveniente (1:5.000 por ejemplo) y represente la posición de los puntos $\boldsymbol{TC_{52}}$ y $\boldsymbol{CT_{52}}$. Levante sobre los dos puntos singulares antes definidos sendas perpendiculares y en su intersección denote el centro de giro. Si la representación gráfica ha sido correctamente elaborada, Ud. Podrá comprobar, a la escala de dibujo, la magnitud del Radio de Curvatura. Con un compás y haciendo centro en $\boldsymbol{O_{52}}$, describa el arco circular que debe ser tangente en los puntos singulares $\boldsymbol{TC_{52}}$ y $\boldsymbol{CT_{52}}$. Finalmente, desde $\boldsymbol{TC_{52}}$ y con abertura de compás de 200 m a la escala de representación, interseque el arco singular y determine la posición gráfica del ***PSC***.



e) Calcule el ángulo de la Cuerda del ***PSC***:

$$C_{PSC} = 2\ R_C\ sen\ (\phi_{PSC}) = 200$$

$$sen(\phi_{PSC}) = \ 200/(2(325))\ \Rightarrow\ \phi_{PSC} = 17°55'12,77''$$

f) Establezca el Acimut del Segmento de Recta ***TC₅₂−PSC***, así:

$$Ac_{TC52}^{PSC} = \ Ac_{V51}^{V52} - \ \phi_{PSC} = 303°01'50,23''$$

g) Ahora encuentre su Acimut Inverso:

$$Ac_{PSC}^{TC52} = \ Ac_{TC52}^{PSC} - \ 180° = 123°01'50,23''$$

h) El Radio que contiene en su extremo al punto ***PSC*** forma con la Cuerda del ***PSC*** un ángulo que llamaremos α, simétrico del ángulo que a su vez forman el Radio del ***TC₅₂*** y la ya referida cuerda. La condición de simetría, derivada de la disposición en triángulo isósceles de las líneas involucradas, permite calcularlo:

$$\alpha = \ \frac{180° - 2\phi_{PSC}}{2} = 72°04'47,23''$$

i) El Acimut de la línea ***PSC−O₅₂*** es:

$$Ac_{PSC}^{O_{52}} = \ Ac_{PSC}^{TC_{52}} + \ \alpha = 195°\ 06'\ 37,46''$$

j) Ahora encontraremos las proyecciones rectangulares de la línea ***PSC–O₅₂***:

$$\boldsymbol{Proy.L_{PSC}^{O_{52}} \equiv Rectang.\left(R_C\,;\ Ac_{PSC}^{O_{52}}\right); Proy.L_{PSC}^{O_{52}} \begin{cases} N: -313,76\ m \\ E:\ -\ 84,72\ m \end{cases}}$$

k) Las Coordenadas del punto singular ***O_{52}*** se obtienen sumando algebráicamente las proyecciones arriba encontradas a las coordenadas conocidas del ***PSC***:

$$\boldsymbol{Coordenadas\ O_{52} \begin{cases} N = 44.444,44 - 313,76 = 44.130,68\ m \\ E = \ 55.555,55 - \ 84,72 = 55.470,83\ m \end{cases}}$$

Si Ud. escaló su representación gráfica tendrá la posibilidad de comparar, con las limitaciones propias de la escala, los resultados numéricos con los gráficos, esto es: direcciones, ángulos, proyecciones y hasta las mismas coordenadas.

Una solución alterna consiste en obtener las coordenadas del punto singular ***TC_{52}*** para luego pasar hasta el centro de giro ***O_{52}*** por un procedimiento análogo al descrito.

a) Determine el Acimut de la $Ac_{TC_{52}}^{PSC}$

$$\boldsymbol{Ac_{TC_{52}}^{PSC} = Ac_{V51}^{V52} - \ \phi_{PSC}}$$

$$\boldsymbol{sen(\phi_{PSC}) = \ 200/(2(325)) \ \Rightarrow \ \phi_{PSC} = 17°55'12,77''}$$

Luego:

$$\boldsymbol{Ac_{TC_{52}}^{PSC} = Ac_{V51}^{V52} - \phi_{PSC} = 303°01'50,23''}$$

y: $$\boldsymbol{Ac_{PSC}^{TC_{52}} = Ac_{TC_{52}}^{PSC} - 180° = 123°01'50,23''}$$

Las Proyecciones rectangulares de la $\boldsymbol{L_{PSC}^{TC_{52}}}$ serán:

$$\boldsymbol{Proy.L_{PSC}^{TC_{52}} \equiv Rectang.\left(R_C\,;\ Ac_{PSC}^{TC_{52}}\right); Proy.L_{PSC}^{TC_{52}} \begin{cases} N: -109,02\ m \\ E: +167,68\ m \end{cases}}$$

También:

$$\boldsymbol{Ac_{TC_{52}}^{O_{52}} = Ac_{V51}^{V52} - 90° = 360° - 39°02'57'' - 90° = 230°57'03''}$$

Entonces:

$$\boldsymbol{Proy.L_{TC_{52}}^{O_{52}} \equiv Rectang.\left(R_C\,;\ Ac_{TC_{52}}^{O_{52}}\right); Proy.L_{TC_{52}}^{O_{52}} \begin{cases} N: -204,75\ m \\ E: -252,40\ m \end{cases}}$$

Finalmente:

$$\boldsymbol{Coordenadas\ O_{52} \begin{cases} N = 44.444,44 - 109,02 - 204,75 = 44.130,67\ m \\ E = 55.555,55\ + 167,68 - 252,40 = 55.470,83\ m \end{cases}}$$